Simulação Quântica da Equação de Dirac

XVI Semana da Física SeFis

Autor: Gabriel Pedro Lima Moysés Fernandes. **Orientador:** Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas.
Departamento de Física, Universidade Federal de São Carlos, UFSCar.

INTRODUÇÃO

A simulação quântica é um procedimento que consiste em simular a dinâmica de um determinado sistema A em um sistema quântico B. No presente trabalho, o sistema de um íon aprisionado é usado para simular a equação de Dirac e estudar o efeito *zitterbewegung*, que surge da superposição das soluções de energias positivas e negativas da eq. de Dirac.

INTERAÇÕES ELEMENTARES EM UM SISTEMA DE ÚNICO ÍON APRISIONADO E ENGENHARIA DE HAMILTONIANOS

O sistema de um íon confinado em uma armadilha harmônica interagindo com um campo clássico permite a criação de interações que auxiliam no controle do estado vibracional do íon.

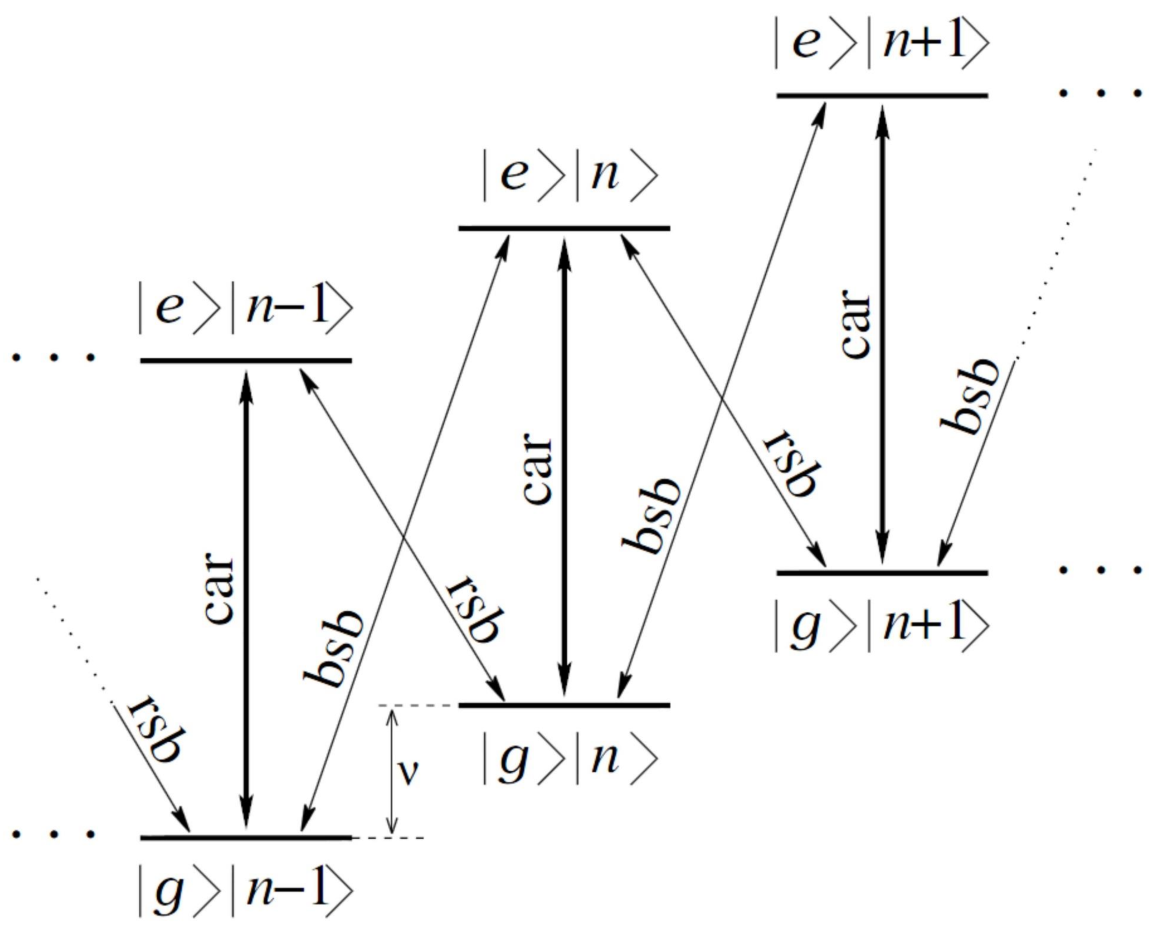

Figura 1 – Diagrama de interação para um átomo de dois níveis num potencial harmônico.
Fonte: BLATT, R. *et al*. (2003), adaptado.

Interação do tipo campo ressonante:

$$H_{\delta=0} = \hbar\Omega(\sigma_+ e^{i\phi} + \sigma_- e^{-i\phi}),$$

Interação do tipo primeiro desvio para o vermelho:

$$H_{\delta=\nu} = \hbar\eta\tilde{\Omega}(\sigma_+ a e^{i\phi_r} + \sigma_- a^\dagger e^{-i\phi_r}),$$

Interação do tipo primeiro desvio para o azul:

$$H_{\delta=-\nu} = \hbar\eta\tilde{\Omega}(\sigma_+ a^\dagger e^{i\phi_b} + \sigma_- a e^{-i\phi_b}).$$

SIMULAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIRAC EM 1+1 D

A equação de Dirac em 3+1 D é dada por

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H_D\psi = \left(c\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{p} + \beta mc^2\right)\psi$$

onde α e β são as matrizes de Dirac.

Combinando as interações elementares e ajustando os parâmetros necessários é possível gerar o hamiltoniano [1],

$$H_s = 2\eta\Delta\tilde{\Omega}\left(\sigma_x^{ad}+\sigma_x^{bc}\right)p_x + 2\eta\Delta\tilde{\Omega}\left(\sigma_y^{ad}-\sigma_y^{bc}\right)p_y + 2\eta\Delta\tilde{\Omega}\left(\sigma_x^{ac}-\sigma_x^{bd}\right)p_z + \hbar\Omega\left(\sigma_y^{ac}+\sigma_y^{bd}\right),$$

onde $c \leftrightarrow 2\eta\Delta\tilde{\Omega}$ e $mc^2 \leftrightarrow \hbar\Omega$.

A simulação da equação de Dirac se torna mais facilmente implementada em 1+1 D, possibilitando o estudo do efeito *zitterbewegung*. A evolução do operador posição em 1+1 D (já com os novos parâmetros mapeados) é dada por

$$x(t) = x(0) + \frac{4\eta^2\Delta^2\tilde{\Omega}^2 p_x t}{H_s} + \left(\sigma_x - \frac{2\eta\Delta\tilde{\Omega}p_x}{H_s}\right)\frac{i\hbar\eta\Delta\tilde{\Omega}}{H_s}\left(e^{\frac{2iH_s}{\hbar}} - 1\right),$$

e torna-se possível o estudo do efeito *zitterbewegung* em um processo de ganho de massa.

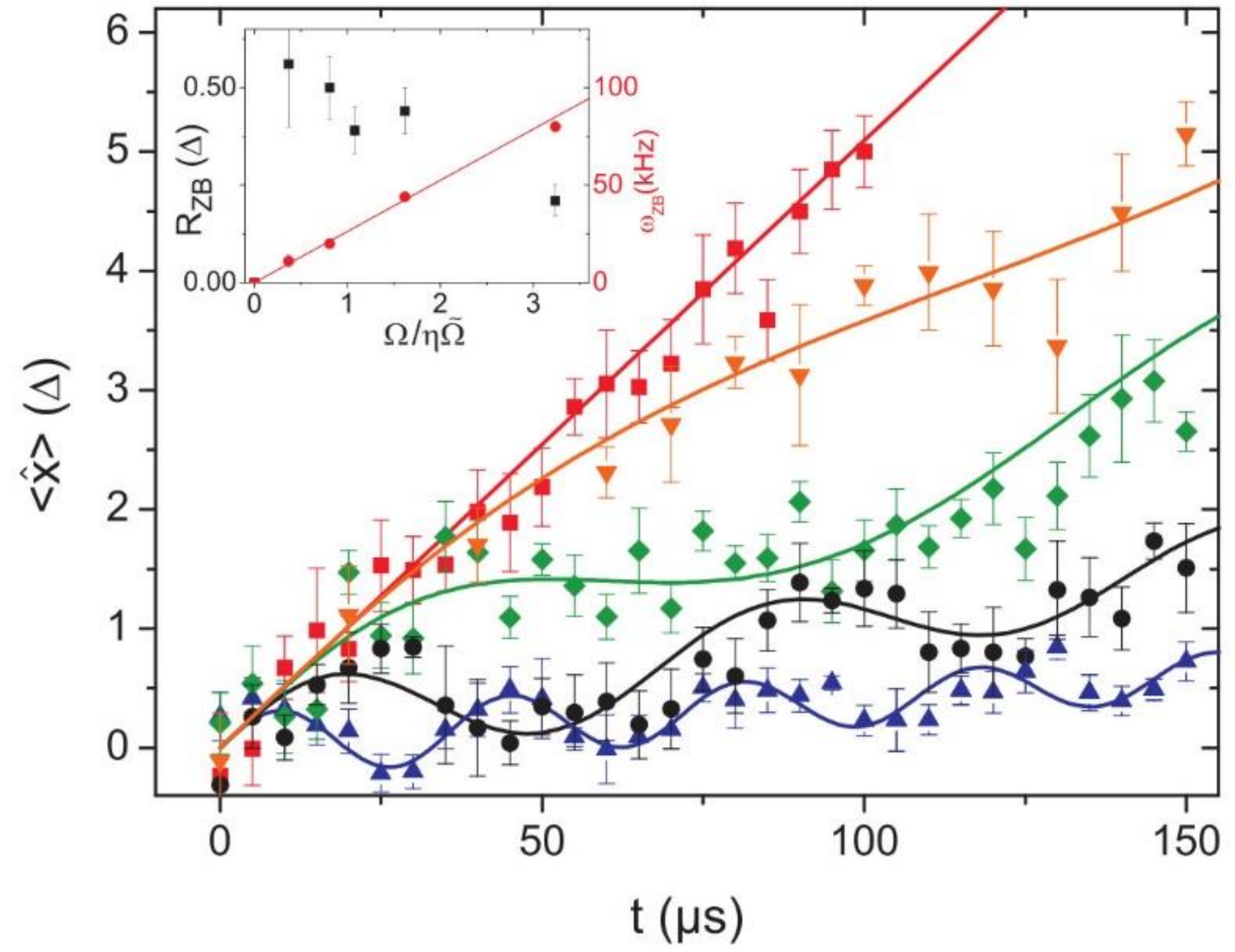

Figura 2 – Análise do *zitterbewegung* para diferentes valores de massa.
Fonte: Gerritsma *et al*. (2010)

A Figura 1 mostra que o *zitterbewegung* se anula tanto no limite não-relativístico - uma vez que $\omega_{ZB} \to 0$ - quanto no limite relativístico, uma vez que $R_{ZB} \to 0$.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram desenvolvidas interações específicas que permitiram a simulação da equação de Dirac em 1+1 D em um sistema de um íon aprisionado. Avaliando a evolução temporal do operador posição do sistema foi possível simular o *zitterbewegung*, assim como analisar seu comportamento na transição entre a teoria relativística e clássica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1]. GERRITSMA, R. et al. *Quantum simulation of the Dirac equation.* Nature, Macmillan Publishers Limited, v. 463, n. 7, p. 68–71, 2010.